

MIASS 241
 MATHÉMATIQUES
 (APPLIQUÉES AUX SCIENCES SOCIALES) 4

© El Hadj Touré, Ph D. Sociologie
 Section de sociologie, UGB de St-Louis

Synthèse & révision
Statistiques inférentielles

16:54 1

1

Consignes de l'examen
 Samedi 20 juillet, 8h-10h

- Tous les documents 'papiers' sont autorisés
 - Attention, piège!
 - L'examen peut se faire sans consultation de documents
- Apportez une calculatrice de base
 - Opérations arithmétiques, racine-carrée, etc.
- L'ordinateur, la tablette et le téléphone sont interdits
- Répondez rapidement à la suite des questions du cahier
 - Un étudiant, un cahier: vous pouvez utiliser un crayon effaçable
 - Soyez bref et précis
- La notation: justesse des calculs & rédaction de qualité

2

2

Au programme

<ul style="list-style-type: none"> ■ Introduction à l'inférence statistique <ul style="list-style-type: none"> ❖ Estimation vs test d'hypothèse ❖ Estimation par intervalle de confiance d'une moyenne ❖ Estimation par intervalle de confiance d'une proportion 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Test du chi-carré <ul style="list-style-type: none"> ❖ Justification en lien avec l'analyse de tableaux bivariés ❖ Calcul du chi-carré ❖ Déterminer la valeur critique ❖ Interprétation statistique ❖ Calcul du coef. de contingence ■ Tests de comparaison de moyennes <ul style="list-style-type: none"> ❖ Test t de Student
---	---

3

Inférence statistique

Deux volets

- Estimation d'un paramètre (intervalle de confiance)
 - Elle consiste, à partir d'une statistique de n (\bar{X} ou p), à connaître ou estimer le paramètre de N (μ ou π)
 - Elle part du particulier au général, de l'observé à l'inobservé
 - Inférence utilisée surtout dans les sondages (marge d'erreur)
- Test de validation d'hypothèse
 - Connaissant une hypothèse de recherche, il aide à valider, tester ce paramètre supposé de N à l'aide d'une statistique de n
 - Il part du général au particulier, de l'inobservé à l'observé
 - Inférence utilisée surtout en recherche (lien entre variables)

6:54 4

4

Intervalle de confiance d'une moyenne

Calcul & interprétation

→ Un sondage aléatoire montre que chez les 1167 (n) sénégalais sondés, le coût moyen du crédit de tel/mois est de 6408 Fcfa avec un écart-type de 9311. Estimez par intervalle de confiance à 95%, la vraie moyenne dans N

1. Calculez l'erreur type: $\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{n} = 9311 / \sqrt{1167} = 272,6$
2. Calculez la marge d'erreur: $E = 1,96\sigma_{\bar{x}} = 1,96 * 272,6 = 534,2$
3. Déterminez l'intervalle: $IC = \bar{X} \pm E = 5874 \text{ fca} \text{ à } 6942 \text{ fca}$
4. Représentez graphiquement l'intervalle

→ On est sûr au moins à 95% que le coût moyen du crédit de téléphone/mois se situe entre 5874 fca et 6942 fca dans l'ensemble de la population sénégalaise

5

Intervalle de confiance d'une proportion

Calcul & interprétation

→ Un sondage aléatoire sur 1200 (n) Sénégalais révèle que 65% sont satisfaits de la gestion du covid-19. Estimez par intervalle de confiance à 95%, la vraie proportion dans N

1. Calculez l'erreur type: $\sigma_p = \sqrt{(pq)/n} = \sqrt{65 * 35 / 1200} = 1,38$
2. Calculez la marge d'erreur $E = 1,96\sigma_p = 1,96 * 1,38 = 2,7$
3. Déterminez l'intervalle: $IC = p \pm E = 62,3\% \text{ à } 67,7\%$
4. Représentez graphiquement l'intervalle

→ On est certain au moins à 95% que la proportion de Sénégalais satisfaits de la gestion de la covid-19 dans toute la population étudiée se situe entre 62,3% et 67,7%.

6

Test du chi-carré

Justification en lien avec l'analyse tabulaire bivariée

Tableau 5.2. Attitude face à la désobéissance civile selon le niveau d'instruction (en fréquences)

Désobéissance civile	Niveau d'instruction			Total
	Moins que le secondaire	Secondaire	Postsecondaire	
Conscience	4 (40%)	13	12 (75%)	29
Obéir aux lois	6	11	4	21
Total	10 100	24	16 100	50

16:54 7

7

Test du chi-carré

Problème & hypothèses statistiques

- Le chi-carré vise à approfondir l'analyse d'un tableau croisé mettant en relation deux variables qualitatives
- Exemple illustratif

VI qualitative

Niveau d'instruction (<sec, sec, postsec)

VD qualitative

Désobéissance civile (conscience, obéir lois)

- Hypothèses statistiques
 - Hypothèse nulle**
 - H_0 : Il n'y a pas de relation entre l'instruction et la désobéissance civile dans la population étudiée
 - Hypothèse alternative**
 - H_1 : Il y a une relation entre l'instruction et la désobéissance civile dans la population étudiée

16:54 8

8

Fréquences théoriques

Calcul des fréquences théoriques f_t (Fox:157)

Tableau 5.2. Attitude face à la désobéissance civile selon le niveau d'instruction (en fréquences)

Désobéissance civile	Niveau d'instruction			Total
	Moins que le secondaire	Secondaire	Postsecondaire	
Conscience	4 (5,8)	13 (13,9)	12 (9,3)	29
Obéir aux lois	6 (4,2)	11 (10,1)	4 (6,7)	21
Total	10 (10)	24 (24)	16 (16)	50

16:54 9

9

Test du chi-carré

Tableau du calcul du chi-carré (Fox:159)

Tableau 6.5. Calcul du chi-carré pour l'attitude face à la désobéissance civile selon le niveau instruction

f_o	f_t	$f_o - f_t$	$(f_o - f_t)^2$	$(f_o - f_t)^2 / f_t$
4				
6				
13				
11				
12				
4				
Total				

16:54 10

10

Test du chi-carré

Interprétation statistique

- Pour interpréter le χ^2 calculé, il faut le comparer à une valeur critique qui traduit l'absence de relation dans la population (table de la distribution d'échantillonnage du χ^2)
- La valeur critique du chi-carré est en quelque sorte une constante qui dépend de deux paramètres:
 1. le seuil de signification (risque d'erreur $\alpha = 0,05$ ou 5%)
 2. les degrés de liberté (dl) du chi-carré $dl = (r-1)(c-1)$
 - ✦ Lorsque r et c sont le nombre de rangées et de colonnes
 - ✦ Pour le tableau 2 X 3 présenté plus haut,

$$dl = (2-1)(3-1) = 2$$

16:54 11

11

Test du chi-carré

Table statistique du χ^2 (Fox:343)

TABLEAU 1 : LA DISTRIBUTION DU CHI-CARRÉ

dl	Probabilité Seuil de signification ou niveau de risque d'erreur α			
	0,05	0,02	0,01	0,001
1	3,841	5,412	6,635	10,827
2	5,991	7,824	9,210	13,815
3	7,815	9,837	11,345	16,266
4	9,488	11,668	13,277	18,467
5	11,070	13,388	15,086	20,515
6	12,592	15,033	16,812	22,457
7	14,067	16,622	18,475	24,322
8	15,507	18,168	20,090	26,125
9	16,919	19,679	21,666	27,877
10	18,307	21,161	23,209	29,588

16:54 12

12

Test du chi-carré

Décision & conclusion (interprétation statistique)

Règle de décision statistique

- a) Rejet de H_0 si $\chi^2_{\text{calculé}} > \chi^2_{\text{critique}}$
- b) Acceptation de H_0 si $\chi^2_{\text{calculé}} < \chi^2_{\text{critique}}$

- **Décision:** le $\chi^2_{\text{calculé}}$ (3,37) est plus petit que le χ^2_{critique} (5,99) associé à 2 **df** et au seuil 0,05. Donc, on ne peut rejeter H_0 , on l'accepte
- **Conclusion:** On est certain au moins à 95% que la relation entre l'instruction et l'opinion concernant la désobéissance civile n'est pas significative statistiquement dans la population étudiée

16:54 13

13

Mesure d'association

Coefficient de contingence

- Puisque la valeur du χ^2 dépend surtout du nombre de cas (n), il est possible de l'ajuster pour obtenir une mesure qui tient compte de l'effet du nombre de cas (Fox, 1999)

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}}$$

C = coefficient de contingence
 χ^2 = Chi-carré
 n = nombre de cas

- D'après la grille d'Imbeau (2009), la relation entre l'instruction et la désobéissance civile est d'intensité modérée (V=0,25)

$C = \sqrt{\frac{3,37}{3,37 + 50}} = 0,25$

Interprétation	Différence de %	Mesures nominales et ordinales
Relation nulle	< 10	de 0,00 à 0,10
Relation faible	de 10 à 20	de 0,10 à 0,20
Relation modérée	de 20 à 30	de 0,20 à 0,30
Relation forte	> 30	> 0,30

16:54

14

Comparaison de moyennes

Problèmes de recherche

- **Test t**
 - Y a-t-il une différence entre hommes et femmes quant au nombre d'heures passées devant la TV/jour (Fox, 1999)?

VI dichotomique

Sexe
(Homme / Femme)

→

Temps d'écoute TV/j
(0, 1, 2,....heures)

VD

quantitative

- **Test F (ANOVA)**
 - Le temps passé devant la TV/jour est-il différent selon le niveau d'instruction (<sec., sec., postsec.)? (Fox, 1999)

VI qualitative non dichotomique

Niveau d'instruction
(<sec. / sec. / postsec.)

→

Temps d'écoute TV
(0, 1, 2,....heures)

VD

quantitative

16:54

15

Aperçu de l'examen

- **Questions objectives de compréhension**
 - Savoir dans quelle situation utiliser les techniques bivariées abordées: chi-carré, test t
 - Savoir différencier ces tests d'hypothèse (signification statistique) et les mesures d'association (signification réelle) que sont le coefficient de contingence et l'éta-carré
- **Questions de calculs et problèmes pratiques**
 - Calculer et interpréter l'intervalle de confiance d'une moyenne ou d'une proportion d'une population
 - Justifier et formuler les hypothèses statistiques du chi-carré
 - Calculer et interpréter le chi-carré
 - Calculer et interpréter le coefficient de contingence

16

16

BON SUCCÈS 😊

17

17
