

Exercices

Exercice 4.1. Montrer que si A est un anneau intègre et si p_1 et p_2 sont deux éléments de $A[x]$, alors $\deg p_1 p_2 = \deg p_1 + \deg p_2$ et $\deg p_1 + p_2 \leq \max(\deg p_1, \deg p_2)$.

Exercice 4.2. Montrer que si K est un corps, alors $K[x]$ est un anneau principal.

Exercice 4.3. Montrer que si K est un corps, alors $K(x)$ muni de l'addition

$$\frac{p}{q} + \frac{r}{s} \mapsto \frac{ps + qr}{qs}$$

et de la multiplication

$$\frac{p}{q} + \frac{r}{s} \mapsto \frac{pr}{qs}$$

est un corps.

Exercice 4.4. Soient $p_1 = x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ et $p_2 = x^2 + 1$ deux polynômes de $\mathbb{Z}[x]$. Effectuer la division de p_1 par p_2 . Effectuer la division dans $\mathbb{C}[x]$ de p_1 par $x - i$.

Exercice 4.5. Soit $p = 1 - x^8$; Factoriser p dans $\mathbb{C}[x]$, dans $\mathbb{R}[x]$, et dans $\mathbb{Q}[x]$.